

Calcul numérique et algébrique

Fiche 4 : Fractions rationnelles ;

Exercice 1 Décomposer les fractions suivantes en éléments simples sur \mathbb{R} , par identification des coefficients.

1. $F = \frac{X}{X^2-4}$;
2. $G = \frac{X^3-3X^2+X-4}{X-1}$;
3. $H = \frac{2X^3+X^2-X+1}{X^2-2X+1}$;
4. $K = \frac{X+1}{X^4+1}$.

Exercice 2 Décomposer les fractions suivantes en éléments simples sur \mathbb{R} , en raisonnant par substitution pour obtenir les coefficients.

1. $F = \frac{X^5+X^4+1}{X^3-X}$;
2. $G = \frac{X^3+X+1}{(X-1)^3(X+1)}$;
3. $H = \frac{X}{(X^2+1)(X^2+4)}$.

Exercice 3 1. Décomposer les fractions suivantes en éléments simples sur \mathbb{C} .

$$\frac{(3-2i)X - 5 + 3i}{X^2 + iX + 2}, \quad \frac{X+i}{X^2 + i}, \quad \frac{2X}{(X+i)^2}.$$

2. Décomposer les fractions suivantes en éléments simples sur \mathbb{R} , puis sur \mathbb{C} .

$$\frac{X^5 + X + 1}{X^4 - 1}, \quad \frac{X^2 - 3}{(X^2 + 1)(X^2 + 4)}, \quad \frac{X^2 + 1}{X^4 + 1}.$$