

## Calcul numérique et algébrique

## Fiche 4 : Fractions rationnelles ;

**Exercice 1** Décomposer les fractions suivantes en éléments simples sur  $\mathbb{R}$ , par identification des coefficients.

1.  $F = \frac{X}{X^2-4}$  ;

2.  $G = \frac{X^3-3X^2+X-4}{X-1}$  ;

3.  $H = \frac{2X^3+X^2-X+1}{X^2-2X+1}$  ;

4.  $K = \frac{X+1}{X^4+1}$ .

**Exercice 2** Décomposer les fractions suivantes en éléments simples sur  $\mathbb{R}$ , en raisonnant par substitution pour obtenir les coefficients.

1.  $F = \frac{X^5+X^4+1}{X^3-X}$  ;

2.  $G = \frac{X^3+X+1}{(X-1)^3(X+1)}$  ;

3.  $H = \frac{X}{(X^2+1)(X^2+4)}$ .

**Exercice 3** 1. Décomposer les fractions suivantes en éléments simples sur  $\mathbb{C}$ .

$$\frac{(3-2i)X-5+3i}{X^2+iX+2}, \quad \frac{X+i}{X^2+i}, \quad \frac{2X}{(X+i)^2}.$$

2. Décomposer les fractions suivantes en éléments simples sur  $\mathbb{R}$ , puis sur  $\mathbb{C}$ .

$$\frac{X^5+X+1}{X^4-1}, \quad \frac{X^2-3}{(X^2+1)(X^2+4)}, \quad \frac{X^2+1}{X^4+1}.$$