Université de la Polynésie française
Département de Mathématiques

Année 2025-2026
Licence 1 Maths et SPI

Calcul matriciel : Fiche révision

Exercice 1. *Pour* $\lambda \in \mathbb{R}$, *on pose* $A_\lambda = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & \lambda \end{pmatrix}$.

a. *Calculer* $\det(A_\lambda)$ *en fonction de* λ.

b. *Pour quelle valeur de* λ *la matrice* A_λ *est-elle non inversible ?*

c. *Pour* $\lambda = 6$, *calculer* A_6^{-1}.

d. *En déduire la solution du système linéaire* $A_6\, X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Exercice 2. *On appelle carré magique d'ordre 3 une matrice* 3×3 *d'entiers dont la somme de chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale est la même valeur* c, *appelée constante magique.*

On considère $M = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 \\ 9 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 8 \end{pmatrix}$.

a. *Vérifier que* M *est un carré magique et donner sa constante magique* c.

b. *Montrer que* $\mathrm{Tr}(M) = c$. *Ce résultat est-il spécifique à* M, *ou vrai pour tout carré magique d'ordre 3 ? Justifier.*

c. *Calculer* $\det(M)$. *La matrice* M *est-elle inversible ?*

Exercice 3. *Soit* $A = \dfrac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

a. *Calculer* A^2.

b. *En déduire que* A *est inversible et calculer* A^{-1}.

c. *Résoudre le système* $AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. *Que remarque-t-on sur la solution obtenue ?*

Exercice 4. *Soit* $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a. *Calculer* $\det(A)$.

b. *En utilisant* A^{-1}, *résoudre les trois systèmes :*

$$(S_1): \quad \left\{ \begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & y & & & = & 4 \\ x & + & 2y & + & z & = & 4 \\ & & y & + & 2z & = & 4 \end{array} \right.$$