

Calcul intégral

Fiche révision

- Exercice 1**
1. Déterminer le DL de $f(x) = \sqrt{x}$ à l'ordre 2 au voisinage de $x = 2$.
 2. Déterminer le DL de $\exp(x) - \frac{1}{1+x}$ à l'ordre 3 au voisinage de $x = 0$.
 3. Déterminer le DL de $\exp(1+x)$ à l'ordre 2 au voisinage de $x = 0$.
 4. Déterminer le DL de $\frac{1}{4+3x}$ à l'ordre 2 au voisinage de $x = 0$.
 5. Déterminer le DL de $\frac{3}{x-2}$, de $\sqrt{2+x}$ et de $\sqrt[3]{2+3x}$ à l'ordre 2 au voisinage de $x = 0$.

Exercice 2 Composition

Déterminer les DL de $\sin(\ln(1+x))$, de $\ln(1+\sin(2x))$ et de $\exp(\cos(x))$ à l'ordre 3 au voisinage de $x = 0$.

Exercice 3 Composition

Déterminer les DL de $\frac{x+3}{x+2}$ et de $\frac{1}{1-\sin(x)}$ à l'ordre 2 au voisinage de $x = 0$.

Exercice 4 Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x + x^2}$;
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(x) - 1 - x}{x^2 + x^3}$;
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{1 - \sqrt{1 - 3x}}$;
4. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$ (en utilisant le DL en 0 de $\frac{\ln(1+x)}{x}$).

Exercice 5 droite tangente et position par rapport à cette droite

Pour chacune des fonctions suivantes dont on donne le développement limité, déterminer une équation de sa droite tangente en 0 et la position relative de la courbe et de sa droite tangente au voisinage de 0. Dire s'il s'agit d'un extremum local.

$$f_1(x) = -2 + 2x + x^2 + o(x^2), \quad f_2(x) = 1 + 2x + \frac{1}{2}x^3 + o(x^3), \quad f_3(x) = 1 - \frac{x^2}{4} + o(x^2).$$

Exercice 6 Asymptotes en ∞

On considère la fonction définie par la formule :

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^2 - x + 1}.$$

Déterminer l'équation de la droite asymptote au graphe de f en $+\infty$. Quelle est la position du graphe de f par rapport à l'asymptote ?